Liz Strachan

Curiosidades numéricas

Alianza editorial
El libro de bolsillo

Numbers are Forever: Mathematical Facts and Curios
Traducción de Dulcinea Otero-Piñeiro
Revisión científico-técnica de la traducción: David Galadí-Enríquez

Primera edición: 2018
Primera reimpresión: 2023

Diseño de colección: Estrada Design
Diseño de cubierta: Manuel Estrada
Ilustración de cubierta: Niña de una escuela primaria del BRAC sosteniendo una pizarra con números bengalíes. Manikganj, Bangladesh.
@ACI/Bridgeman
Selección de imagen: Carlos Caranci Sáez

Publicado por primera vez en Reino Unido por Constable, un sello de Constable & Robinson, en 2014.
Esta edición ha sido publicada por acuerdo con Constable, un sello de Little, Brown Book Group, Londres.

Calle Valentín Beato, 21
28037 Madrid
www.alianzaeditorial.es

PAPEL DE FIBRA CERTIFICADA

ISBN: 978-84-9181-035-3
Depósito legal: M. 266-2018
Printed in Spain

Si quiere recibir información periódica sobre las novedades de Alianza Editorial, envíe un correo electrónico a la dirección: alianzaeditorial@anaya.es

Índice

13 Agradecimientos

15 Introducción

17 Al principio del todo está el cero
25 Números primos
33 La conjetura de Goldbach
35 1
37 2
39 El sistema binario
45 Cuadrados perfectos
54 Exponentes
56 Notación científica
58 Una conjetura del siglo XX
60 3
75 Cubos y raíces cúbicas
78 Números de Mersenne
81 El último teorema de Fermat
82 4
87 5
91 La sucesión de Fibonacci
99 6
104 Números perfectos
108 7

114 Números felices
116 8
120 Repaso de los números poligonales
122 ¡Factoriales!
129 ∞
130 9
132 11
139 12
143 Números abundantes
145 Números deficientes
146 13
152 El número 16 y el algoritmo de Luhn
157 Los números de Leyland
159 17
160 19
163 27
164 28
166 29
167 30 y los números de Giuga
169 31
170 37
173 41
176 47, 497, 4997, etcétera
177 La magia de 48^2
178 70 y otros números extraños
180 71
181 74
182 75
183 81
186 89
188 97

189 Recíprocos
193 100
194 101 y sus otros compañeros palíndromos
195 105
196 109
198 112 y el resto de la familia
199 118
200 La curiosidad 123
201 127: La gran decepción de De Polignac
204 132
205 136
206 144
207 Diversión factorial con 145
208 153 y los números narcisistas
210 Los números de Friedman
213 197
214 199
215 220 y los pares de números amigos
221 El triángulo de Pascal
228 232, 233 y 234
229 264^2 y otros cuadrados palíndromos
230 365
231 512
232 561 y los números de Carmichael
234 593
235 642 y 641: La asombrosa diferencia entre 2 cubos
236 648 y los otros miembros del club
237 666
239 703 y los números de Kaprekar
242 1000
243 El efecto de multiplicar por 1001

244 1033 y otras potencias de base constante
245 1089
246 1138 completa el círculo después de un viaje por la cuarta potencia
247 1233 y relaciones especiales
248 1676
249 Números *harshad*
250 Autonúmeros
252 Ramanujan y el número *taxicab* 1729
254 El problema de Brocard
255 Números de la suerte
260 1961
261 Los intocables
263 2187 y otros miembros de la familia
264 2519
265 2592
266 El asombroso 2880
268 3367
269 3435 y Münchhausen
271 4884, palíndromo mediante reversos
272 4913
273 5777 y 5993 (2 moscas cojoneras)
275 9109
276 12 496 y el grupo de los sociables
278 19 937: un primo circular
279 27 594
280 40 585
281 Sumas fáciles
283 142 857
285 147 852
286 221 859

287 510510
288 2646798
289 87539318: otro número *taxicab*
290 Números interesantes de 8 dígitos
291 123456789
292 Números «milagrosos»
293 Mil millones (1000000000)
295 1000000007

296 Epílogo
297 Glosario

Agradecimientos

Agradezco a mi editor, Hung Barker (quien reconoce cierta debilidad por la materia) la sugerencia de que escribiera *Curiosidades numéricas,* así como el aliento y el apoyo que me brindó durante todo el proceso de elaboración de esta obra.

Introducción

Confieso que no soy una matemática brillante. Tal como dijo George Bernard Shaw: «Quien puede, lo es. Quien no puede, enseña».

Pero sí enseñé matemáticas con entusiasmo durante cuarenta y seis años, y a adolescentes, además, muchos de ellos sin demasiado interés por la materia. Eso exige camelarlos, divertirlos y entretenerlos durante las clases. Los profesores de matemáticas odian especialmente los terribles veinte minutos finales de la última hora lectiva del viernes, cuando los cerebros de los chicos desconectan para zambullirse de lleno en el fin de semana y el tema que toca explicar son las identidades trigonométricas. Es el momento de olvidarse de los contenidos más densos, las ecuaciones de segundo grado y el interés compuesto, y entregarse por un rato a la seducción de los números.

Este libro trata sobre números, pero solo sobre números enteros no negativos, y nada más, los cuales comienzan por 0, 1, 2, 3, 4 … y continúan así sucesivamente por toda la eternidad (consúltese el glosario para ver la diferencia entre números naturales y números enteros). A los matemáticos les encantan, y el erudito alemán del siglo XIX Leopold Kronecker estaba tan fascinado con ellos que escribió: «El amado Dios creó los números enteros, todo lo demás fue obra de la humanidad».

No aparecen números negativos, ni números mixtos, ni números complejos, ni racionales, ni irracionales, ni números reales, ni (¡Dios nos guarde!) números imaginarios. Aquí no hay álgebra, ni geometría, ni trigonometría. Las fracciones y los números decimales también serán tabú (bueno, casi).

La paradoja de los números interesantes dice que no hay ningún número entero carente de interés. Si un matemático afirma, por ejemplo, que el 74 es un número bastante anodino, siempre habrá otro matemático que se esfuerce en descubrir por qué y, por tanto, el 74 se convertirá en un número interesante. (¡Y lo es, como se verá más adelante!) Aunque hemos demostrado, de un modo bastante informal, que todos los números son interesantes, siempre habrá, por supuesto, unos más interesantes que otros, y esos son los que figuran en este libro.

Por tanto, *Curiosidades numéricas* no es una obra para grandes genios de las matemáticas, ni para fanáticos de los números, sino para quien quiera pasar un buen rato, sea cual sea su edad o nivel de formación.

Al principio del todo está el cero

Había una vez un mundo sin ceros.

Los griegos, que nos dotaron de la geometría euclídea y el teorema de Pitágoras, no concebían que la nada o el vacío pudieran expresarse en forma de número. Para ellos los números empezaban con el 1.

Los romanos tampoco tuvieron la necesidad de recurrir a un símbolo para expresar la «nada». Usaban las letras M, D, C, L, X, V y I, de forma que el número 1003 se escribía MIII, y 365 se escribía CCCLXV.

El siguiente gran avance (y fue inmenso) se produjo en el siglo VI en India. Allí los matemáticos idearon un símbolo distinto para cada número del 1 al 9, lo que curiosamente acabó conociéndose como números arábigos. Y después crearon un número completamente nuevo para «la nada» que más tarde recibió el nombre de cero.

La invención del cero conllevó tal transformación en la manera de contar que cambió el mundo. A partir de entonces, el concepto de nada o de vacío tuvo un número.

El cero, de por sí, no tenía nada de especial. La magia llegaba al unirlo a otros números para hacerlos más grandes o más pequeños. Y también facilitaba mucho el cálculo.

En el siglo XII los números arábigos se habían extendido hasta el norte de África. Y desde allí fueron introducidos en Europa gracias al brillante hijo del corregidor de Pisa, quien gestionaba el comercio italiano en Argelia.

Leonardo de Pisa (mencionado más adelante en este libro por su otro nombre, Fibonacci), que con anterioridad había utilizado los numerales romanos en su Italia natal, quedó fascinado con el nuevo sistema numérico. A su regreso en 1202, escribió un libro titulado *Liber Abaci* [El libro del cálculo] en el que ensalzaba el sistema de numeración arábiga. Lentos pero seguros, aquellos números encabezados por el cero se propagaron por toda Europa, y el resto ya es historia.

En matemáticas, el símbolo 0 siempre se ha llamado cero. No lo denominamos «nada», «nulo», «vacío» o «hueco». El cero tiene una importancia capital para mantener los demás números en su sitio.

Durante los primeros años de aprendizaje escolar ya se enseñan los distintos encabezamientos:

Millares	Centenas	Decenas	Unidades
1	0	0	3

La única diferencia que hay entre 13 y 1003 son 2 ceros, pero son ceros determinantes, porque mantienen cada dígito en la posición correcta.

Cuando los ceros aparecen al final de un número es importante usarlos bien.

Por ejemplo, en el escritorio de la fallecida tía Beatrice se encontró un trozo de papel amarillento en el que la difunta había escrito, «Yo, Beatrice Mills, en mi sano juicio, lego por la presente a mi queridísima sobrina y mi queridísimo sobrino las siguientes sumas de dinero: Victoria Mills 500000 £, Hugh Mills 50000 £».

¿Se despistó la tía Beatrice y puso un cero de menos sin darse cuenta en el legado de Hugh? ¿O es que no le perdonó jamás que se olvidara de felicitarla en su 80 cumpleaños?

Para evitar confusiones, es costumbre intercalar espacios de separación en los números formados por 5 (a veces 4) o más dígitos. La tía Beatrice debió haber agrupado los ceros de 3 en 3, empezando desde la derecha: 500 000 o bien 50 000. De la otra manera, Hugh acabó heredando 450 000 libras menos que su hermana.

No obstante, en este libro se omitirán las separaciones de millares en algunas ocasiones, incluso en números muy grandes, con el fin de enfatizar patrones numéricos.

Sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con el cero

$2 + 0 = 2$
$2 - 0 = 2$
$2 \times 0 = 0$
$2 \div 0 = ?$

Parece haber algún error fatal aquí. La calculadora grita «ERROR». La maquinita simplemente no puede realizar ese cálculo. Pero tampoco podrá una supercomputadora.

Un número dividido entre un número grande da un resultado pequeño. Un número dividido entre un número pequeño da un resultado grande. Así que al dividir un número entre otro muy pequeño, como 0.000001, se obtiene un resultado muy grande. Al dividir un número entre el número más pequeño de todos, o sea, el cero, se obtiene el resultado más grande posible, pero, por supuesto, no existe el «número más grande posible», puesto que los números son interminables. Las matemáticas fracasan aquí porque el 2, o cualquier otro número, no se puede dividir entre 0. Por convención se usa el «infinito» como respuesta a esta operación, pero el «infinito» no es el número más grande de todos, porque no existe tal número. Algunos matemáticos optan por tomar la vía fácil y sostienen que cualquier número dividido entre cero da un resultado indeterminado.

Albert Einstein, el físico más influyente del siglo XX, fue el primero en afirmar que los agujeros negros son el resultado que obtuvo Dios al dividir el universo entre cero.

0^0

¿Y qué pasa con 0^0?

Bueno, esto es fácil, ¿no? En el glosario pone que cualquier número elevado a 0 da 1. Ah, sí, pero con una excepción, y esa excepción es 0^0. Está claro que son correctos los resultados: $1^1 = 1$, $1^0 = 1$, $0^1 = 0$. Pero, ¿cuál es el verdadero resultado de 0^0? De nuevo, los matemáticos prefieren afirmar que 0^0 da un resultado indeterminado, pero eso es lo mismo que decir que «no se sabe».

Números naturales

Los números naturales provienen de las palabras utilizadas desde tiempos inmemoriales para contar cosas, como 2 dinosaurios o 3 peludos mamuts o, quizá, 1 dodo rollizo para la cena familiar. Por entonces el cero no se necesitaba para nada. Así que los números naturales son: 1, 2, 3, 4 … y así por toda la eternidad.

Para comprobar con rapidez lo sorprendentes que son los números, escribiremos una retahíla ellos:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30 …

Ahora vamos a formar con ellos grupos de 1 solo número, de 2 números, de 3 números, y así sucesivamente:

1 ~~2, 3~~ 4, 5, 6 ~~7, 8, 9, 10~~ 11, 12, 13, 14, 15
~~16, 17, 18, 19, 20, 21~~ 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28 …

Y a continuación, tacharemos la 2.ª, 4.ª, 6.ª y demás agrupaciones formadas por una cantidad par de números. Así que quedan los grupos:

1 4, 5, 6 11, 12, 13, 14, 15 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28 …

Ahora sumemos los grupos del siguiente modo:

Suma de un grupo $= 1$
$= 1^4$ (¡esto se entenderá dentro de un momento!)

$$
\begin{aligned}
\text{Suma de 2 grupos} &= 1 + 4 + 5 + 6 \\
&= 16 \\
&= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\
&= 2^4 \\
\text{Suma de 3 grupos} &= (16) + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 \\
&= 81 \\
&= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\
&= 3^4 \\
\text{Suma de 4 grupos} &= (81) + 22 + 23 + 24 + 25 + 26 + \\
&\quad + 27 + 28 \\
&= 256 \\
&= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \\
&= 4^4
\end{aligned}
$$

Ahora, prueba a sumar 5 grupos (o más, si te puede la curiosidad) y, si no obtienes como resultado 5^4 y 6^4, ¡es que sumas de pena!

Nicómaco

No hay nadie más irritante que un cerebrito de los números que se te acerque y te trate como el viejo marino que incordia al invitado a una boda hasta conseguir que escuche la historia de cuando abatió un albatros[1]. La única diferencia es que el cerebrito de los números iniciará su historia diciendo «piensa un número entre el 1 y el 100, pero no me digas cuál es…».

1. La autora alude aquí a un poema muy conocido en lengua inglesa de Samuel Taylor Coleridge titulado «The Rime of the Ancyent Marinere» (1798), o «La balada del viejo marino». *(N. de la T.)*

El matemático Nicómaco de Gerasa (actual Jerash en Jordania) vivió en el siglo I d. C. Aunque Pitágoras era varios siglos anterior, Nicómaco fue un pitagórico ferviente y puso igual empeño en su labor. Le encantaba compartir sus conocimientos con sus conciudadanos.

Aunque era un fanático de los números, Nicómaco era *su* fanático de los números. Los lugareños siempre estaban encantados de colaborar con su excéntrico matemático favorito cuando les decía «Pensad un número entre el 1 y el 100…», así que solo por una vez, también nosotros entraremos en el juego.

Una vez elegido un número secreto, por ejemplo, el 66, divídelo entre 3 y dime cuál es el resto de la división. A continuación, divide 66 entre 5 y dime el resto. Una vez más, divide el número elegido entre 7 y dime qué resto arroja esa operación. Así que tenemos 3 restos, que son 0, 1 y 3. Nicómaco multiplicaba entonces el 0 por 70, el 1 por 21, y el 3 por 15, lo que daba como resultado $0 + 21 + 45 = 66$.

Sin embargo, si hubieras elegido, por ejemplo, el número 37, los restos habrían sido 1, 2 y 2, y $(1 \times 70) + (2 \times 21) + (2 \times 15) = 142$, un número que no está entre 1 y 100. Pero esto no suponía ningún inconveniente para Nicómaco, porque le bastaba con restar 105 para obtener el número 37.

A veces, si se elige un número como el 89, y los restos son 2, 4 y 5, lo que da como resultado $(2 \times 70) + (4 \times 21) + (5 \times 15) = 299$, no basta con restar 105, pero tampoco eso era un problema. Nicómaco volvía a restar 105 y obtenía $299 - 105 - 105 = 89$ (¡a Dios gracias!).

Tenía una habilidad prodigiosa para los números, pero la fama de que podía leer la mente era absolutamente inmerecida.

Ninguna necesidad de contar con el cero

Todas las sumas siguientes usan tan solo los dígitos del 1 al 9 sin que ninguno de ellos se repita en cada operación:

243 + 675 = 918
341 + 586 = 927
154 + 782 = 936
317 + 628 = 945
216 + 738 = 954
215 + 748 = 963
318 + 654 = 972
235 + 746 = 981

Los 8 resultados son múltiplos consecutivos del número 9.

Números primos

Si este libro trata sobre números enteros no negativos y nada más, ¿a qué viene introducir ahora los números primos? ¡Que no cunda el pánico! Los números primos son un subconjunto especial de los números enteros no negativos y, al igual que la entidad a la que pertenecen, son interminables.

Un número primo es aquel que solo es divisible por sí mismo y por 1. Las autoridades matemáticas no permiten que el 1 sea primo, así que el primer número primo es el 2 y, además, es el único que es par. Le siguen el 3, el 5 y el 7.

	2	**3**		**5**	*6*	**7**			
11	*12*	**13**				**17**	*18*	**19**	
		23	*24*					**29**	*30*
31					*36*	**37**			
41	*42*	**43**				**47**	*48*		
		53	*54*					**59**	*60*
61					*66*	**67**			
71	*72*	**73**					*78*	**79**	
		83	*84*					**89**	*90*
						96	**97**		